

文章编号: 1000-8055(2001) 04-0309-03

单晶叶片应力分析方法及应用

杨 治 国, 成 晓 鸣, 尹 泽 勇
(株 洲 航 空 动 力 机 械 研 究 所, 湖 南 株 洲 412002)

摘要: 从单晶变形机理出发, 采用晶体滑移理论, 给出了单晶弹塑性蠕变滑移本构模型。建立了全新的有限元列式, 并用于某气冷单晶涡轮叶片弹塑性蠕变应力分析。

关 键 词: 单晶; 涡轮叶片; 应力分析; 有限元分析

中图分类号: V 231. 91 文献标识码: A

1 前 言

单晶合金与以往常用的多晶合金有很大不同。它是一种各向异性材料, 其物理尤其是机械性能具有方向性、不对称性等与各向同性材料迥然不同的特点。另外, 在高温环境下, 不随时间变化的塑性与随时间变化的蠕变同时出现, 更增加了问题的复杂性。可以说, 以往的分析方法难于适用单晶结构分析, 有必要改进或建立新的弹塑性蠕变本构模型和相应分析方法。

国内外自开发各类单晶合金以来, 就十分注

重开展单晶结构分析方法的研究。但有关单晶涡轮叶片结构分析未见报导。为保证单晶叶片研制工作的顺利进行, 必须开展单晶叶片结构分析方法研究。

2 基于滑移理论的弹塑性蠕变本构模型

2. 1 变形描述

图 1 所示, F 为总变形梯度, F^e 为晶格畸变和刚体转动所产生的变形梯度, F^p 为晶体滑移产

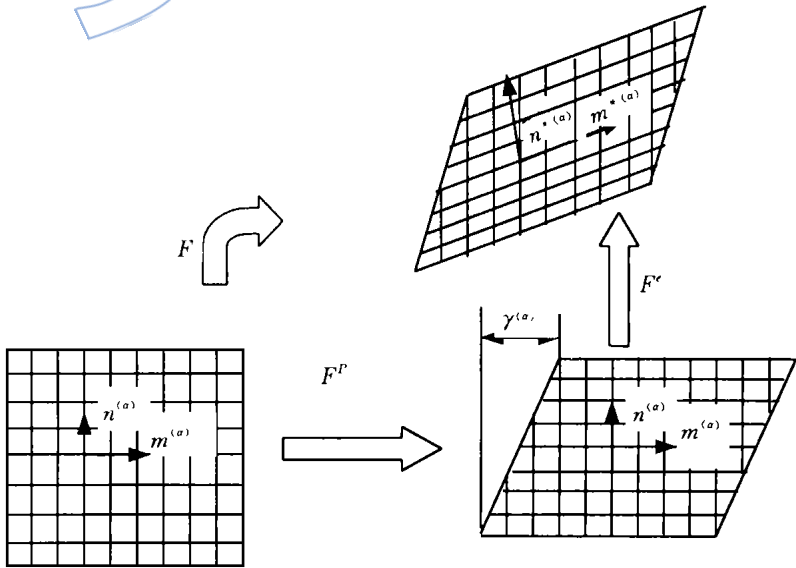


图 1 晶体变形图

生的变形梯度, 且 $F = F^e \cdot F^p$ 。分别设 $m^{(\alpha)}, n^{(\alpha)}$ 为 α 滑移系变形前的滑移方向和滑移面法向方向的单位矢量, 则晶格畸变后, 新的滑移方向和滑移面的法线方向 $m^{(*)\alpha}, n^{(*)\alpha}$ 为:

$$m^{(*)\alpha} = F^e m^{(\alpha)}, \quad n^{(*)\alpha} = [(F^e)^{-1}]^T n^{(\alpha)}$$

当前构形的速度梯度张量 V

$$V = V^e + V^p \quad (1)$$

$$V^e = F^e (F^e)^{-1}$$

$$V^p = F^e \dot{F}^p (F^p)^{-1} (F^e)^{-1} = \sum_{\alpha=1}^n m^{(*)\alpha} (n^{(*)\alpha})^T \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad (2)$$

式中: $\dot{F}$ 为变形梯度率, $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$ 为 α 滑移系的剪应变率。

记变形率张量 D , 旋转率张量 W 为:

$$D = D^e + D^p, \quad W = W^e + W^p \quad (3)$$

式中:

$$D^e = \frac{1}{2} \{ \dot{F}^e (F^e)^{-1} + [(F^e)^{-1}]^T (\dot{F}^e)^T \}$$

$$D^p = \sum_{\alpha=1}^n P^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)}$$

$$P^{(\alpha)} = \frac{1}{2} [m^{(*)\alpha} (n^{(*)\alpha})^T + n^{(*)\alpha} (m^{(*)\alpha})^T]$$

$$W^e = \frac{1}{2} \{ \dot{F}^e (F^e)^{-1} - [(F^e)^{-1}]^T (\dot{F}^e)^T \}$$

$$W^p = \sum_{\alpha=1}^n W^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)}$$

$$W^{(\alpha)} = \frac{1}{2} [m^{(*)\alpha} (n^{(*)\alpha})^T - n^{(*)\alpha} (m^{(*)\alpha})^T]$$

2.2 率无关弹塑性本构关系

设晶体的弹性性质不受滑移变形的影响, 则弹性本构关系为:

$$\hat{\tau} = L : D^e \quad (4)$$

式中 L 为弹性模量张量, $\hat{\tau}$ 为以中间构形为基础状态的 Kirchhoff 应力的 Jaumann 导数, 且:

$$\hat{\tau} = \dot{\tau} - W^e \tau + \tau W^e \quad (5)$$

式中 $\dot{\tau}$ 为 Kirchhoff 应力的物质导数。相对初始构形状态的 Kirchhoff 应力 Jaumann 导数为:

$$\hat{\tau} = L : D - \sum_{\alpha=1}^n (L : P^{(\alpha)} + \beta^{(\alpha)}) \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad (6)$$

$$\beta^{(\alpha)} = W^{(\alpha)} \tau - \tau W^{(\alpha)} \quad (7)$$

在有限变形情况下, 滑移系 α 上的分切应力 $\tau^{(\alpha)}$ 及其物质导数为:

$$\tau^{(\alpha)} = \tau : P^{(\alpha)}, \quad \dot{\tau}^{(\alpha)} = \lambda^{(\alpha)} : D^e \quad (8)$$

其中 $\lambda^{(\alpha)} = P^{(\alpha)} : L + \beta^{(\alpha)}$ (9)

当滑移系分切应力 $\tau^{(\alpha)}$ 达到其临界值 τ_0 时,

滑移系开动。滑移系开动后, 要保持其继续滑移, 则其分切应力必须和屈服应力 τ_0 的发展同步, τ_0 的增率为:

$$\dot{\tau}_0 = \sum_{\beta=1}^n h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} \quad (10)$$

式中: $h_{\alpha\beta}$ 为硬化系数。

由于率无关, $h_{\alpha\beta}$ 不依赖于 $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$, 对于临界滑移系 α 有:

$$\left. \begin{aligned} \tau^{(\alpha)} &= \tau_0^{(\alpha)} = \sum_{\beta=1}^n h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} & \dot{\gamma}^{(\alpha)} > 0 \\ \tau^{(\alpha)} &\leq \tau_0^{(\alpha)} = \sum_{\beta=1}^n h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} & \dot{\gamma}^{(\alpha)} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda^{(\alpha)} : D &= \sum_{\beta=1}^n g_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} & \dot{\gamma}^{(\alpha)} > 0 \\ \lambda^{(\alpha)} : D &\leq \sum_{\beta=1}^n g_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} & \dot{\gamma}^{(\alpha)} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中

$$g_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} + \lambda^{(\alpha)} : P^{(\beta)}$$

设所有处于临界状态的滑移系都继续开动, 得:

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} = \sum_{\beta=1}^n (g^{-1})_{\alpha\beta} \lambda^{(\beta)} : D \quad (13)$$

式中: $(g^{-1})_{\alpha\beta}$ 为矩阵 $[g]^{-1}$ 中第 α 行第 β 列的元素。

将式(13)回代式(6), 有:

$$\tau = C : D \quad (14)$$

$$C = L - \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n (g^{-1})_{\alpha\beta} \lambda^{(\alpha)} \otimes \lambda^{(\beta)} \quad (15)$$

3 蠕变滑移本构模型

根据晶体滑移理论和蠕变的一般规律, 可设 α 滑移系的蠕变剪应变 $\gamma_c^{(\alpha)}$ 为:

$$\gamma_c^{(\alpha)} = B \cdot \text{Sign}[\tau^{(\alpha)}] |\tau^{(\alpha)}| t^p \quad (16)$$

式中: B, n, p 为蠕变参数, $\tau^{(\alpha)}$ 为 α 滑移系的分切应力, t 为时间。

滑移系的蠕变剪应变 $\gamma_c^{(\alpha)}$ 与宏观蠕变应变 $(\epsilon_j)_c$ 关系为:

$$(\epsilon_j)_c = \sum_{\alpha=1}^n \frac{1}{2} \gamma_c^{(\alpha)} (n_i^{(\alpha)} m_j^{(\alpha)} + n_j^{(\alpha)} m_i^{(\alpha)}) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (17)$$

式中: n 为滑移系数总数; $m_i^{(\alpha)}, n_i^{(\alpha)}$ 为 α 滑移系的滑移方向和滑移面法向单位矢量的第 i 个分量。若多个滑移系族同时开动, 则宏观蠕变应变为各个滑移系的蠕变应变之和。

α 滑移系的分切应力 $\tau^{(\alpha)}$ 与宏观应力 σ 的关

系为:

$$\tau^{(\alpha)} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} n_j^{(\alpha)} m_j^{(\alpha)} \tag{18}$$

4 滑移系开动类型

晶体滑移理论认为变形机理为滑移系的激活、开动和滑移。对于镍基单晶超级合金有 3 组可能开动滑移系, 即: 8 面体滑移系族; 6 面体滑移系族; 12 面体滑移系族。

5 滑移本构模型有限元方程

晶体滑移不产生体积变化, 只是弹性变形引起体积变化, 所以在晶体滑移引起的大变形情况下, Cauchy 应力 σ 与 Kirchhoff 应力 τ 可近似认为 $\tau = \sigma$, 则式(14)的增量形式为:

$$\Delta \sigma^{\nabla} = C : D \Delta t \tag{19}$$

其中: σ^{∇} 为 Cauchy 应力的 Jaumann 率。

$$\Delta \tau = C' : \Delta E \tag{20}$$

$$C'_{ijkl} = C_{ijkl} - \sigma_{il} \delta_{jk} - \sigma_{kj} \delta_{il} + \sigma_{ij} \delta_{kl} \tag{21}$$

$$\Delta E_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \Delta u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \Delta u_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \Delta u_k}{\partial x_j} \right]$$
$$= \Delta^L E_{ij} + \Delta^{NL} E_{ij} \tag{22}$$

$$\tau_{ij} = \sigma_{ij} + \Delta \tau_{ij} \tag{23}$$

考虑热应变增量 $\Delta \epsilon^{\theta}$ 和蠕变应变增量 $\Delta \epsilon^c$ 的情况下:

$$\Delta \tau_{ij} = C'_{ijkl} (\Delta E_{kl} - \Delta \epsilon^{\theta}_{kl} - \Delta \epsilon^c_{kl}) \tag{24}$$

由虚功方程得单元平衡方程:

$$([K]_0 + [K]_{\sigma}) \{\Delta q\}^e = \{F_V\} + \{F_S\} + \{f\}^e - \{F_P\} \tag{25}$$

式中: $\{\Delta q\}^e$ 为单元节点位移增量; $[K]_0$ 为弹塑性刚度矩阵; $[K]_{\sigma}$ 为初应力矩阵; $\{F_V\}$ 为体积力向量; $\{F_S\}$ 为面力向量; $\{f\}^e$ 为相邻单元对该单元作用的节点力; $\{F_P\}$ 为附加载荷向量。

6 气冷单晶涡轮叶片强度计算

采用本方法对某气冷单晶涡轮叶片叶身进行了考虑离心载荷、热载荷和气动载荷的应力分析, 并计算了该叶片持久寿命。表 1 给出不同时刻叶

表 1 不同时刻叶身最大应力及最小屈服安全系数

	8 面体滑 移系开动 (0.0 h)	8 面体滑 移系开动 (10.89 h)	8 面体滑 移系开动 (37.39 h)
应力/MPa	721.95	666.40	659.29
安全系数	1.273	——	——

身最大应力及最小屈服安全系数。叶尖径向位移随时间变化曲线见图 2。危险点持久寿命计算结果如下: 12 面体滑移系开动危险点温度为 843.18℃; 持久寿命为 872.0 h。

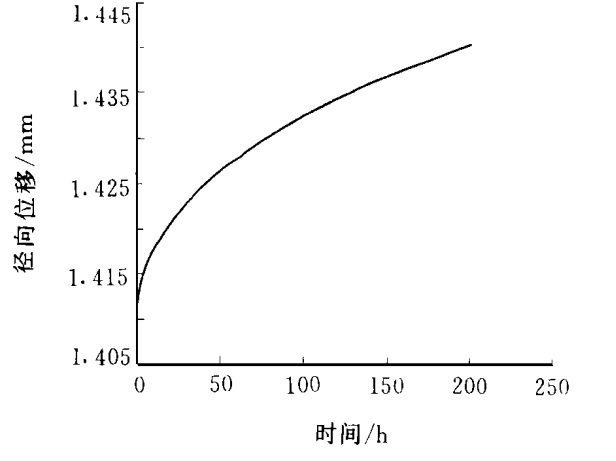


图 2 叶尖径向位移随时间的变化曲线

结果表明, 在 201.19 h 内, 蠕变引起的叶身径向伸长仅 0.0296 mm。且由于蠕变松弛, 应力逐渐降低, 但 10 h 后应力松弛不明显。此外, 持久寿命为 872.0 h。

7 结 论

- (1) 建立的单晶叶片应力分析方法能反映单晶的变形本质。
- (2) 蠕变松弛对涡轮叶片强度有较大影响。
- (3) 应根据滑移系分切应力估算单晶叶片的持久寿命。

参考文献:

[1] Peirce D, Asaro R J, Needleman A. An Analysis of Nonuniform and Localized Deformation in Ductile Single Crystals[J]. Acta Metall, 1982.

[2] 岳珠峰等. Ni 基单晶叶片粘塑性分析[J]. 推进技术, 199617, (3): .

[3] Nobutada OHNO, etc. Anisotropic in Multiaxial Creep of Nickel-Based Single Crystal Superalloy CMSX - 2 (Experiments and Identification of Active Slip Systems) [J]. JMSE International Journal, Series A, 1994, 37(2): .

[4] 杨治国等. 单晶叶片应力分析方法及应用[C]. 第十届航空发动机结构强度振动学术会议论文集, 2000.

(责任编辑 王震华)

度 $S_{\max}/S_{\min}=1.4$) 时, 可以使用安全寿命的最高估计值。还根据该军标的规定, 当试验件数量为 2, 置信度为 95%, 可靠度为 99.87% 的最小寿命散度系数是 3.07。

由此低压涡轮盘在置信度为 95%, 可靠度为 99.87% 的标准循环数确定为 2606 次, 按飞行换算率 $\eta=2.1$ 折合得到平均飞行小时数为 1241 小时。

6 结 论

(1) 选定低压涡轮盘中心孔部位作为低循环疲劳的考核部位是正确的。

- (2) 试验证明, 低压涡轮盘试验件设计及试验参数的确定是合理的。试验件的温度和转速循环控制是可靠的。
- (3) 按某军标规范, 该发动机低压涡轮盘的标准循环试验寿命为 8001 次, 是一个有较长寿命的盘。置信度为 95%, 可靠度为 99.87% 的某发动机低压涡轮盘标准循环数为 2606 次, 折合成平均飞行小时数为 1241 小时。
- (4) 试验研究为轮盘定寿、延寿提供了试验依据。

(责任编辑 王震华)

A Study on Useful Life of LPT Disk

CAO Feng-lan, WANG Lu-sheng, HUANG Qing-dong
QING Hua, HE Yun, WU Chang-bo, GONG Meng-xian

(Gas Turbine Establishment of China, Chengdu 610500, China)

Abstract: This paper studies useful life of an aeroengine's LPT (Low Pressure Turbine) disk by analysis and experiment. Stress calculation and life prediction are performed to choose the critical location where cracks likely occur. Experiment equipments, specimens and parameters on the basis of equivalent damage principles are introduced. In this paper test results of two specimens are presented, which are used to determine the standard cycles and average flying hours of the disk in accordance with related literature. Test research provided experimental basis for useful life assessment and prolongation of disk.

Key words: turbine disk; fatigue; cycle; damage; life

(The Chinese text of the following abstract is printed in PP309- 311)

Stress Analysis for Single Crystal Blade and Application

YANG Zhi-guo, CHENG Xiao-ming, YIN Ze-yong

(Zhuzhou Aviation Powerplant Research Institute, Zhuzhou, Hunan 412002, China)

Abstract: In this paper, based on the mechanism of crystal slip and considering the lattice rotation and finite deformation, the crystallographic constitutive model for the plastic and creep behavior was established, a new finite element formulation was given. As an example of application, the stress and creep deformation analysis was carried out for the single crystal blade of a certain aeroengine. The application has shown the effectiveness of this new method.

Key words: single crystal; turbine blade; stress analysis; finite element analysis